



תובנה מספרית לעומת חישוב מסורתי והבדלי מגדר בפתרון מטלות מתמטיות בקרב תלמידים עם לקויות למידה בחטיבות הביניים

סאאיד בשארה*

תקציר

במחקר זה נבדקה מידת ההצלחה בפתרון שאלות מתמטיות בשימוש בגישה של תובנה מספרית לעומת חישוב מסורתי בקרב תלמידים עם לקויות למידה בחטיבות ביניים בבתי ספר בחינוך הרגיל. כמו כן נבדק האם יש קשר בין מגדר התלמידים ובין מידת ההצלחה בכל אחת מהשיטות וההבדלים במידת ההצלחה בין השיטות.

במחקר השתתפו 23 בנים ו-17 בנות עם לקויות למידה (לקויי למידה אקדמיים), הלומדים בארבע כיתות שילוב (כיתות ז') בחטיבות ביניים בבתי ספר בחינוך הרגיל.

נתוני המחקר נאספו באמצעות מבחן בעיות מתמטיות, המורכב משאלות מתמטיות ומתרגילים שרמתם מתאימה לתוכנית הלימודים במתמטיקה של משרד החינוך לכיתות ז'.

ממצאי המחקר מצביעים על שיעור הצלחה גבוה יותר בקרב משתתפים שהשתמשו בתובנה המספרית בהשוואה למשתתפים אשר עשו שימוש בחישוב מסורתי. לא נמצא קשר בין שיוכם המגדרי של המשתתפים ובין יכולת פתרון מטלות מתמטיות.

מילות מפתח: תובנה מספרית, חישוב מסורתי, הבדלי מגדר, מתמטיקה, תלמידים עם לקויות למידה, בתי ספר, חטיבות ביניים.

מבוא

מתמטיקה נתפסת מבחינה חברתית לאחד המקצועות החשובים ביותר הנלמדים בבית הספר, אך גם לאחד הקשים שבהם (Peixoto, Sanches, Mata, & Monteiro, 2017). לא ייפלא אם כן שתלמידים רבים מתקשים בלימודי המתמטיקה ומגלים חוסר עניין במקצוע (Mohr-Schroeder et al., 2017). הקושי מקורו, בין היתר, בצורך להתמודד עם מגוון של נושאים (לדוגמה שאלות מילוליות, משימות חקר, ייצוג מצבים בעזרת המחשבות, ייצוג מתמטי והבנת תכונות וקשרים בין מושגים). יתרה מכך, במקרים רבים חומר חדש נלמד על בסיסו של חומר קודם, ועל כן התלמיד נדרש לשלוט היטב בכל שלבי החומר (Geary, 2004).

* ד"ר סאאיד בשארה, הפקולטה לחינוך, מכללת בית ברל.

מתמטיקה אינה תחום דעת בעל תוצרים חד-משמעיים המחייבים פתרון יחיד ודרך אחת לפתרון, אלא תחום דעת בעל היבט רחב שמאפשר להתמודד עם משימות באמצעות שילוב בין חשיבה מתכנסת-אלגוריתמית וחשיבה מסתעפת-יצירתית (ברג, 2001). ואכן, תוכנית הלימודים החדשה במתמטיקה (משרד החינוך, 2006) שמה דגש לא רק על התוצרים, אלא גם על דרכי החשיבה.

הוראת מקצוע המתמטיקה נשענת על שתי גישות עיקריות - גישת התובנה המספרית והגישה המסורתית. הוראה המבוססת על גישת התובנה המספרית מאפשרת לתלמיד להבין באופן כללי ובראייה אינטואיטיבית את המספרים, המבנים המתמטיים והפעולות החשבוניות ומפתחת את יכולתו להתמודד עם בעיות מספריות בצורה יצירתית, גמישה וחוקרת. כך התלמיד לומד לא רק לחשב, אלא גם לחשוב (יעקובוביץ-עמית, 2012; פטקין, 2011; Yang, 2019; Reys & Yang, 1998; Cheung & Yang, 2018). לעומת זאת, הוראה המבוססת על הגישה המסורתית שמה דגש על פעולות אלגוריתמיות ותוצאות מדויקות של חישובים ידניים (Kramarski & Michalsky, 2009). בדרך לימוד זו התלמיד אינו מפתח חשיבה יצירתית ומתקדמת אלא לומד מתמטיקה בהתבסס על חישובים (בן טוב, 2000; ברג, 2001).

תלמיד הפותר בעיה מתמטית בצורה המסורתית מפעיל חשיבה מתכנסת-אלגוריתמית. לעומת זאת, בבואו לפתור בעיה בצורה תובנתית (המבוססת על תובנה מספרית והבנה כללית של מספרים ופעולות חשבוניות), הוא מפעיל חשיבה מסתעפת-יצירתית, ומכאן חשיבותה של תובנה מספרית. תובנה מספרית מערבת תהליכי חשיבה מתמטית מכוונים ומתוכננים באופן עקבי לצורך התמודדות עם מגוון תכנים מתמטיים (Pintrich & de Groot, 1990).

תכנון הוראת המתמטיקה עבור תלמידים עם לקויות למידה הוא קריטי בהתחשב בפרטים הקיימים בין הישגיהם במקצוע להישגי תלמידים ללא לקויות למידה (Hunt, Valentine, Bryant, Pfannenstiel, & Bryant, 2016) ובצורך לעמוד בתוכנית הלימודים של משרד החינוך. ההגדרה הרווחת ביותר של לקויות למידה בקרב תלמידים בגיל בית ספר היא הפרעה באחד או יותר מהתהליכים הפסיכולוגיים הבסיסיים המעורבים בהבנה או בשימוש בשפה כתובה או מדוברת, המובילה, בין היתר, ליכולת לקויה בחשיבה ובחישובים מתמטיים (Cortiella & Horowitz, 2014). לתלמידים עם לקות למידה ישנן לקויות ספציפיות המכבידות על יכולתם ללמוד מתמטיקה, לדוגמה לקות ביכולת ההפשטה, הפוגעת ביכולת שהן ביסוד הבנת החשבון, או לקות בהתמצאות מרחבית, אשר עלולה להקשות על הבחנה בין גדלים או על הבנת מושגים מרחביים (Devine, 2005; Montague, 2005; Soltész, Nobes, Goswami, & Szűcs, 2013). על כן, תלמידים עם לקויות למידה נזקקים לשיטות הוראה מיוחדות שבאמצעותן ניתן לאתר וליישם דרכים דידקטיות מתאימות לתיקון הליקוי או לצמצום נזקיו. אחת השיטות העשויה לסייע לתלמידים עם לקויות למידה לצמצם פערים היא גישת התובנה המספרית (אבישר, 2004; בורשטיין, 2006; בשארה, 2005; צמיר, 2000).

תובנה מספרית – מהי?

תובנה מספרית מתייחסת להבנה הכללית של הלומד את המספרים ואת הפעולות החשבוניות (Reys & Yang, 1998) ויכולתו להתמודד עם בעיות מספריות בחיי היום-יום בשימוש במגוון של אסטרטגיות (Cheung & Yang, 2018; Yang, 2019). התובנה מתבטאת בראייה אינטואיטיבית של מבנים מתמטיים ובקישורם לפעולות חשבון, ביכולת לקשר בין דברים ולגייס ידע וניסיון קודם לפתרון בעיות בדרכים שונות ובגילוי פתיחות לדרכים חדשות (משרד החינוך, 2006).

העיקרון המנחה בגישה הוא פיתוח יכולת פתרון, ניתוח, הבנה ותפיסה מהירה, תוך הישענות על יכולת חשיבה מתמטית המערבת זיכרון ותפיסה מהירה. המאפיינים העיקריים של תובנה מספרית הם שימוש בייצוגים רבים של המספר, הכרה של גודל המספר באופן יחסי ובאופן אבסולוטי, בחירה ושימוש בנקודות ייחוס (benchmarks), פירוק והרכבה של מספרים, הבנת ההשפעות היחסיות של פעולות על מספרים וגמישות בביצוע חישובים מנטליים ואומדניים (Reys & Yang, 1998).

יתרונות הגישה של תובנה מספרית

בשני העשורים האחרונים נידונים בהרחבה חשיבותה של התובנה המספרית, תפקידה בהוראה בכלל ובלימוד המתמטיקה בפרט והיתרונות הטמונים בפיתוחה (Cheung & Yang, 2018). הוראה בגישה התומכת בפיתוח תובנה מספרית מאפשרת לתלמידים ללמוד מתמטיקה באמצעות חקר, תוך שילוב מיומנויות חשיבה, מוטיבציה, סקרנות ופיתוח לימוד עצמאי. נוסף על כך, שימוש בתובנה מספרית מאפשר לשלב את המתמטיקה בחיי בית הספר גם מעבר לשעות ההוראה הרגילות – בפעילויות משותפות עם המורים וההורים לאורך כל השנה (יעקובוביץ-עמית, 2012).

שימוש בתובנה מספרית לפתרון מטלות מתמטיות עשוי לקדם את הבנתו של התלמיד ולהקל עליו את תהליך הלמידה. על פי גישה זו, תכנים מתמטיים כגון שברים, אחוזים או צורות הנדסיות נלמדים בעזרת שימוש באמצעי עזר מתאימים שבאמצעותם ניתן להמחיש את הנושא ולפענח את התוצאה. על המורה ליצור סביבה לימודית תומכת ומעודדת לתלמיד ולהעריך את התלמיד בהתאם ליכולותיו (וינברגר וזוהר, 2005; חכים וגזית, 2011; מרקוביץ, 2003). למורה תפקיד מכריע בפיתוח התובנה המספרית של תלמידו, שכן לצורך פיתוח תובנה מספרית על התלמידים לעבוד בשיתוף פעולה עם מוריהם, ללמוד, לשחק ולהגיע לפתרונות יעילים (פסקין, 2005; 2011; Foong).

באמצעות פיתוח תובנה מספרית התלמידים לומדים לחשוב, לדבר ולחקור נושאים מתוך עולם המתמטיקה. דרך זו מאפשרת לשלב את לימודי המתמטיקה עם נושאי לימוד אחרים, הן בכיתות במסגרת תוכנית הלימודים הפורמאלית הן בפעילויות אחרות (יעקובוביץ-עמית, 2012; פסקין, 2011).

שימוש נכון בתובנה מספרית עשוי לעודד את התלמידים ללמוד את מקצוע המתמטיקה, להגביר את תחושת המסוגלות של התלמידים במהלך השיעורים והפעילויות השונות, לשפר את רמת הישגיהם ולתרום לחדוות

היצירה בלמידה (חכים וגזית, 2011). יתרה מכך, תובנה מספרית עשויה למלא תפקיד מפתח בחיי היום-יום של התלמידים וביכולת ההתמודדות שלהם עם בעיות ומצבים שונים שבהם הם נתקלים. פיתוחה בשלבים מוקדמים ככל הניתן של הלמידה עשוי לסייע בשלבים מתקדמים יותר, כמו בלימודי המתמטיקה העל-יסודיים (Cheung & Yang, 2018).

לאור חשיבותה של הגישה, הציג משרד החינוך (2006) תחומים שמומלץ לעסוק בהם כדי לטפח את התובנה המספרית במתמטיקה בקרב התלמידים:

המספר בגודלו הכמותי ולא רק בפירוק אנליטי פורמלי של הספרות שלו.
חישובים בעל פה, חישוב יעיל.
אומדן, קירוב, תחושת סדר גודל של מספר ומקומו במערכת המספרים.
אומדן מידות שונות.
הבנת נחיצות הבקרה, בחינת סבירות של תוצאות, איתור טעויות, הכרת שיטות בקרה.
בחינת מגוון דרכי הפתרון, פתרון תרגיל חדש על סמך תרגיל ידוע ומוכר.
פירוק צורה (במקרה של אריתמטיקה הכוונה למבנה מספרי) מורכבת למרכיביה וצירוף של מרכיבים ליחידות מורכבות יותר.
תפיסת מושגים והעלאת השערות ברמה אינטואיטיבית.

תחומים אלו, בנפרד או במשולב, אמורים לעודד ולפתח את התובנה המספרית ואמורים להיות חלק מאסטרטגיות ההוראה של המתמטיקה.

גישת החישוב המסורתי

הוראת מתמטיקה בגישת החישוב המסורתי שמה דגש על פעולות אלגוריתמיות ותוצאות מדויקות של חישובים ידניים (Kramarski & Michalsky, 2009). ההוראה בגישה זו מתמקדת בהוראת גוף הידע המתמטי בעזרת חישובים ובהליכים שאינם קשורים לחוויית התלמיד, ועל כן המיקוד העיקרי הוא בידע הפרוצדורלי ופחות בהבנה מושגית-קונספטואלית (Volk, Cotič, Zajc, & Starcic, 2017). כאשר תלמיד הלומד בגישת החישוב המסורתי יתבקש לבחון אם חישוב שהוצג לשאלה מתמטית כלשהי הוא הגיוני, הוא לרוב ינסה לפתור את הבעיה בעצמו, במרבית המקרים באותה דרך, ולא ינסה לשקף את התוצאה בהקשר של ההקשר והמספרים המעורבים. גישה זו יעילה פחות בפיתוח של מיומנויות למידה ואינה מעודדת את התלמידים ללמוד את מקצוע המתמטיקה. תלמידים שלומדים לפי גישה זו מפתחים תפיסה סיבתית שמוקדה הוא המורה, והם רואים בו גורם מרכזי האחראי למתרחש בכיתה. לפיכך סביר להניח שהם יפתחו מידה מועטה של תחושת אחריות אישית ולימודית וכי הם לא ינסו לקדם את עצמם ולשפר את הישגיהם במתמטיקה (בן טוב, 2000; ברג, 2001).

לקות למידה: הגדרות, אמצעי הערכה ותמונת מצב

ההגדרה הרווחת ביותר ביחס ללקויות למידה בקרב תלמידים בגיל בית ספר רואה בלקויות למידה הפרעה באחד או יותר מהתהליכים הפסיכולוגיים הבסיסיים המעורבים בהבנה או בשימוש בשפה כתובה או מדוברת, המובילה ליכולת לקויה של הקשבה, חשיבה, דיבור, קריאה, כתיבה, איות או חישובים מתמטיים (Cortiella & Horowitz, 2014). ללקות הלמידה יכולים להתלוות תנאים מגבילים נוספים (לדוגמה פגיעה חושית, פיגור שכלי, הפרעה רגשית או חברתית או תנאים חיצוניים – הבדלים תרבותיים, הוראה לא מספיקה או לא מתאימה), אך לקויות הלמידה אינן תוצאה ישירה של תנאים אלו (American Psychiatric Association, 2013).

אדם מאובחן כלקוי למידה כאשר הישגיו במבחנים סטנדרטיים בקריאה, בחשבון או בהבעה בכתב, המועברים לו באופן אינדיבידואלי, נמוכים במידה ניכרת מהמצופה על פי גילו, רמת השכלתו ורמת המשכל שלו. בעיות הלמידה הללו גורמות להפרעות משמעותיות בהישגיו האקדמיים או בפעילויות יום-יום אחרות הדורשות מיומנויות קריאה, חשבון או כתיבה (American Psychiatric Association, 2013). הוועדה הלאומית המשותפת של לקויות למידה מוסיפה כי הפרעות אלו הן פנימיות, וההנחה היא שהן נובעות מדיספונקציה נוירולוגית מרכזית ויכולות להתגלות בכל שלב בחיים.

משילוב ההגדרות הללו ניתן להתייחס למספר ממדים בבואנו להגדיר לקות למידה. ראשית, מקור הלקות הוא ראשוני (נוירולוגי-קוגניטיבי) ולא תוצאה של השפעת הסביבה. שנית, הפרעות תחושיות, רגשיות, מגבלות פיזיות ופיגור שכלי אינם נחשבים כגורם ללקות. לבסוף, יש פערים ניכרים אצל התלמיד בין מנת המשכל שלו ובין הישגיו הלימודיים. נוסף על כך, יש להבחין בין לקות למידה התפתחותית ללקות למידה אקדמית. לקות למידה התפתחותית מתגלה בגיל הגן ואפיוניה הם עיכובים במיומנויות יסוד, למשל ליקויים בקשב, בזיכרון ובשפה, לקות תפיסתית ומוטורית וכן הפרעות חשיבה. לקות למידה אקדמית מאופיינת בקשיים במיומנויות הנרכשות בשלבי הלמידה הראשונים בבית הספר: קריאה, כתיבה, חשבון (American Psychiatric Association, 2013).

בישראל, כ-10% מהתלמידים במערכת החינוך מאובחנים כסובלים מלקויות למידה המחייבות התייחסות חינוכית (שיף, שמעוני ופורטנוי, 2010), ובסך הכול כ-3% עד 8% מאוכלוסיית הילדים בישראל סובלים מלקות למידה כזו או אחרת (הניק ורובינשטיין, 2008). בשנים האחרונות הולכת וגוברת המודעות לצורכיהם של תלמידים עם לקויות למידה במערכת החינוך. מודעות זו באה לידי ביטוי, בין היתר, בהפניות לאבחון כולל ומקיף ובמתן סדרה של הקלות מדורגות להתמודדות עם מבחנים. כן ניכרים שיתוף פעולה הולך וגובר עם הצוותים החינוכיים וניסיונות התמודדות עם קשיים ספציפיים (משרד החינוך, 2004).

הוראת מתמטיקה בקרב תלמידים עם לקויות למידה

תלמידים עם לקות למידה מתקשים בלמידה של פעולות חשבוניות בשל לקויות ספציפיות, הנכללות תחת ההגדרה של דיסקלקוליה. על פי הערכות, כ-6% עד 11% מאוכלוסיית העולם סובלת מדיסקלקוליה, כלומר מקשיים ניכרים בלמידת מתמטיקה (Tzelgov et al., 2017). אלו באים לידי ביטוי בתפקודים מספריים שונים,

כמו התמקדות ספונטנית במספרים, השוואת כמויות ועיבוד סמלים מספריים. אחת הלקויות היא לקות ביכולת ההפשטה, אשר כתוצאה ממנה נפגעות יכולות שהן ביסוד הבנת החשבון כגון היכולת לגילוי עצמי ולהסקת מסקנות באופן עצמאי, היכולת להכללה ולהחלת כלל שנלמד על מקרים דומים, היכולת להסמלה וכן היכולת להבחנה בין עיקר לטפל. לקות בהתמצאות מרחבית עלולה להקשות על הבחנה בין גדלים או על הבנת מושגים מרחביים (Devine et al., 2013; Montague, 2005). מכלול הקשיים הללו מוביל לכך שילדים עם דיסקלקוליה נותרים מאחור בהשוואה ליתר תלמידי כיתתם במגוון רחב של משימות מתמטיות ומספריות (Tzelgov et al., 2017).

מהכתוב לעיל עולה כי תכנון הוראת המתמטיקה עבור תלמידים עם לקויות למידה הוא קריטי בהתחשב בפערים בהישגי המתמטיקה בינם ובין תלמידים ללא לקויות למידה והצורך לעמוד בתוכנית הלימודים של משרד החינוך. לרוב תלמידים עם לקויות למידה מצליחים פחות במבחנים סטנדרטיים בהשוואה לתלמידים ללא לקויות למידה (Hunt et al., 2016). לפיכך, הוראת המתמטיקה בקרב תלמידים עם לקויות למידה מציבה אתגר למורה. מכאן מתחייב השימוש באמצעי המחשה נרחבים ובדרכי הוראה מותאמות, כדי להקל על התלמידים את לימוד החומר. נקיטת שיטות הוראה מותאמות עשויה להעלות את הישגיהם של התלמידים במקצוע המתמטיקה ואת רצונם ונכונותם ללמוד ולפתור בעיות מתמטיות (גזית, 2004; מרולדה ודוידסון, 2001; קלארק וקלארק, 2003; Geary, 2004).

לאור זאת, פרסם משרד החינוך (2014) מסמך בעניין התאמת תוכנית הלימודים במתמטיקה לתלמידי החינוך המיוחד, שמטרתו לסייע למורים במתן מענה לצורכיהם הייחודיים של תלמידים הלומדים מתמטיקה במסגרות השונות (חינוך מיוחד או רגיל). מטרת הוראת המקצוע המפורטות במסמך משקפות את דרישות תוכנית הלימודים במתמטיקה לצד דגשים שאמורים לסייע לתלמידים לפתח את הכישורים הנדרשים. כך למשל מפורטות דוגמאות שונות של המחשות, כמו אמצעים סנסו-מוטוריים, וכן מפורטים השלבים ביצירת פרופיל אישי של התלמיד המתקשה במתמטיקה ובניית תוכנית לימודים אישית עבורו.

תלמידים עם לקויות למידה זקוקים לשיטות הוראה מיוחדות שבאמצעותן ניתן לאתר וליישם דרכים דידקטיות מתאימות לתיקון הליקוי או לצמצום נזקיו. שימוש בתובנה מספרית על פי נושאים נבחרים מעניק לתלמיד יכולת לבצע אופרציות המערבות זיכרון, פעולות מכניות ופתרון בעיות. הוראה בגישה זו עשויה לפתח אצל התלמידים מיומנויות חשיבה ויכולת התמודדות קלה יותר עם חישובים מורכבים (גזית, 2001). יתרה מכך, היא תתרום לדימוי העצמי של התלמיד ותחזק את תהליכי החברות והשיתופיות עם אחרים (אבישר, 2004; בורשטיין, 2006; בשארה, 2005; צמיר, 2000).

הבדלי מגדר בביצוע מטלות מתמטיות

מחקרים מראים כי להבניה מגדרית השפעה על צורת הלמידה. בנות נוטות לאמץ סגנון למידה הממוקד ביחסים בין-אישיים, ולעומתן בנים מכוונים יותר לעבר סמכות ואוטוקרטייות ומתמקדים במילוי מטרות מוגדרות מראש. עם זאת, כחלק מההבניה המגדרית, בנות מסוגלות להיות מכוונות משימה יותר מבנים והן דואגות ללמידה ומתמקדות בענייני בית הספר (בן טוב, 2000; גזית, 2001; מברך וליברמן, 2002; רפ, 2014).

הנתונים בספרות המחקר בנוגע לקשר בין מגדר להישגים במתמטיקה שנויים במחלוקת. במחקר שנערך בישראל (רפ, 2014) נמצא כי בבתי ספר דוברי עברית הישגי הבנים טובים מהישגי הבנות, ואילו בבתי ספר דוברי ערבית הישגי הבנות נוטים להיות טובים מהישגי הבנים. מגמה דומה נמצאה במחקרים שנערכו במדינות מערביות (הישגי הבנים טובים יותר) ובמדינות ערב (הישגי הבנות טובים יותר) (רפ, 2014). על פי הגישה הסביבתית, בנים ובנות נולדים עם פוטנציאל אינטלקטואלי מתמטי זהה, והפערים הם תולדה של השפעות חברתיות-תרבותיות באמצעות חינוך, תפיסות, ציפיות ומסרים שונים, המועברים על ידי החברה בכלל ועל ידי הורים, מורים ומחנכים בפרט (מברך וליברמן, 2002; עטייה ואופלטקה, 2007; רפ, 2014; Spelke, 2005). על כן, סביר להניח שהפערים האלה אינם ייחודיים לתלמידי החינוך הרגיל ויימצאו גם בקרב תלמידים עם לקויות למידה.

הנתונים על שכיחותה של דיסקלקוליה בקרב בנות או בנים אינם מוחלטים. מספרות המחקר עולה כי שכיחותה במגדר מסוים משתנה בהתאם להגדרתה ולאופן מדידתה. כאשר היא נמדדת בסף של ציון במבחנים סטנדרטיים, אין הבדלים מגדריים בשכיחות ובביצועים. כאשר הקריטריון להגדרת דיסקלקוליה הוא סף אי-התאמה, המתייחס לביצועים המתמטיים שמתחת למצופה, אזי שכיחותה אצל בנות גבוהה מעט יותר בהשוואה לבנים (Devine et al., 2013).

לסיכום, מהסקירה עולה כי הוראת המתמטיקה מציבה אתגרים רבים בכל הקשור לתלמידים עם לקויות. נוסף על השונות באפיוני התלמידים, ישנם גורמים סביבתיים המשפיעים על ההוראה בקרב תלמידים עם לקויות למידה, כולל הבדלים בהבניה המגדרית. מכאן עולה הצורך לבחון אילו גישות הוראה יניבו תוצאות טובות יותר בהוראת המתמטיקה.

במחקר זה נבדקו המאפיינים הייחודיים של גישת תובנה מספרית בפתרון מטלות מתמטיות בקרב תלמידים עם לקויות למידה בהשוואה לגישת החישוב המסורתי. הנחת המחקר הייתה ששימוש בתובנה מספרית בפתרון מטלות מתמטיות ישפר את הישגי התלמידים (מברך וליברמן, 2002; רפ, 2014; Agran & Wehmeyer, 1999). כן נבחן הקשר בין מגדר המשתתפים ובין יכולת פתרון המטלות בשתי הגישות.

שאלות המחקר

1. האם יש הבדל במידת ההצלחה של פתרון מטלות מתמטיות בשימוש בתובנה מספרית לעומת שימוש בחישוב מסורתי בקרב תלמידים עם לקויות למידה, ואם כן – מהו?

2. האם ההבדל במידת ההצלחה בין שתי הגישות מושפע גם מהמגדר של המשתתפים?

אוכלוסיית המחקר

במסגרת המחקר נדגמו ארבע כיתות שילוב (כיתות ז') משני בתי ספר. בכל אחת מהן למדו 9–11 תלמידים עם לקויות למידה, בני 13 בממוצע. התלמידים למדו בכיתות עם תלמידים ללא לקויות למידה בחטיבות ביניים בבתי ספר בחינוך הרגיל. סך הכול השתתפו במחקר 40 תלמידים עם לקויות למידה (כיתה אחת עם 9 תלמידים, שתי כיתות עם 10 תלמידים וכיתה אחת עם 11 תלמידים), מהם 23 בנים (57.5%) ו-17 בנות (42.5%). התפלגות הבנים והבנות הייתה דומה בכל הכיתות. משפחות התלמידים היו בעיקר ממצב סוציו-אקונומי בינוני, רוב האימהות היו עקרות בית והאבות הועסקו בעבודות שהכנסתן ממוצעת.

לכל התלמידים שהשתתפו במחקר יכולת חשיבה בטווח הנורמה, אך הם סובלים מקשיים בקשב ובריכוז ומגלים קושי ואיטיות רבה בביצוע מטלות ובסיומן. מבחינת כישורי שפה, אוצר המילים שלהם דל ומצומצם – הם מכירים את האותיות והמילים הקצרות, אך לא שולטים בקריאת מילים עם מבנה אורתוגרפי מורכב. בהתייחס למקצוע המתמטיקה, הם שולטים בפעילות חיבור וחיסור, אך מתקשים בכפל ובחילוק ומתקשים בחשיבה מופשטת ובפתרון בעיות מילוליות. עם זאת, ההם אינם סובלים מדיסקלקוליה.

כלי המחקר

נתוני המחקר נאספו באמצעות מבחן בעיות מתמטיות (מכון חדד, 2016). מבחן זה עבר בדיקות מוקדמות של תיקוף ומהימנות על ידי מומחים בהוראת המקצוע בבתי ספר הנמצאים ביישובים בעלי רקע חברתי-כלכלי דומה לזה של התלמידים ושאוכלוסיית התלמידים שלומדת בהם דומה לאוכלוסיית המחקר. במבחן עשר שאלות שרמתן מתאימה לתוכנית הלימודים במתמטיקה של משרד החינוך לכיתות ז'. מבחן זה נבחר לצורכי המחקר משום שכל השאלות שבו ניתנות לפתרון בשתי הגישות שנבדקו במחקר זה. המבחן נועד לבדוק מיומנויות בסיסיות של ארבע פעולות החשבון (חיבור, חיסור, כפל וחילוק) במספרים שלמים ובשברים. שתיים מבין עשר השאלות משתייכות לקטגוריית בעיות מילוליות. טווח הציונים של המבחן נע בין 0 ל-100.

נוסף למבחנים נאספו נתוני הציונים של התלמידים במקצוע המתמטיקה בסיום כיתה ו'. ציונים אלו היוו אינדיקציה לכך שהישגי התלמידים במתמטיקה דומים וכי כל ההבדל שיתגלה במבחן המחקר מקורו בהשפעת גישת ההוראה שבה השתמשו ולא ביכולותיהם האישיות.

הליך המחקר

החוקר הגיע לכל בית ספר בנפרד ונפגש עם התלמידים לצורך חלוקתם לשתי קבוצות שוות מבחינה מספרית. קבוצה אחת הונחתה לפתור את המבחן בגישה של תובנה מספרית, והאחרת – בשיטה המסורתית. ההנחיות לקבוצת התובנה המספרית היו להתבונן בנתוני השאלות, לחשוב, לבדוק קשרים בין מספרים, לזהות תכונות של מספרים, להשתמש באומדן ולנסות לפתור את השאלות בדרך הקצרה ביותר והמהירה ביותר, ללא כל חישוב מפורט בכתב. לקבוצה האחרת ניתנה הנחיה לפתור את המבחן באמצעות שימוש בחוקי החשבון המתאימים שנלמדו בכיתה וכתובת הפתרון באופן מסודר.

לשתי הקבוצות ניתנה דוגמה באשר לדרך הפתרון המבוקשת, למשל:

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45 \text{ "מהי התשובה לתרגיל הבא? " } 2+3+4+5+6+7+8+9+10=?$$

בצורת החישוב המסורתית מחברים את כל המספרים יחדיו לפי סדר הופעתם בתרגיל עד לפתרון. בחישוב המתבסס על תובנה מספרית משתמשים בדוגמה שניתנה, מחסירים מהתוצאה 1 ומוסיפים 10. המבחן הועבר בקבוצות, כל קבוצה בנפרד, ובמהלכו נערך מעקב אחר התקדמות התלמידים. לאחר בדיקת המבחן נבדקו ההבדלים בהישגים בין שתי הקבוצות.

עיבוד הנתונים

לכל קבוצה חושבו ממוצע ציוני המבחנים וסטיות התקן. לבחינת שאלת המחקר הראשונה (השוואה בין קבוצות המחקר) נערך מבחן t למדגמים בלתי תלויים (משתנה בלתי תלוי – קבוצת המחקר, משתנה תלוי – ציון המבחן). גודל האפקט (d) חושב לפי נוסחת כהן. לבחינת שאלת המחקר השנייה (הבדלים בין קבוצות המחקר שמקורם במגדר) נערך מבחן אנובה דו-כיווני (two way ANOVA) במערך 2×2 (משתנים בלתי תלויים – מגדר וקבוצת מחקר, משתנה תלוי – ציון המבחן).

ממצאים

הבדלים בין קבוצות המחקר

בעיבוד הסטטיסטי המקדים נערכה השוואה בין קבוצות המחקר במשתנה רמת הישגי התלמידים במקצוע המתמטיקה על פי ציוני התעודה של התלמידים שנאספו לפני המחקר. לא נמצא הבדל מובהק בין ממוצע ההישגים של התלמידים במקצוע המתמטיקה (מסולם של 1 עד 5) בין קבוצת שימוש בתובנה מספרית ($M = 3.274, SD = 0.226$) לקבוצת החישוב המסורתי ($M = 3.273, SD = 0.255$) ($p > .05$). בבחינת הישגי שתי הקבוצות במבחן נמצא הבדל מובהק בין קבוצות המחקר ($t[38] = 7.03, p < .001$). בטבלה 1 מוצגים ממוצעי הציונים של התלמידים במבחנים, סטיות התקן וערך מבחן t .

טבלה 1. ממוצעים, סטיות תקן וערכי מבחן t של הציון בפתרון מטלות מתמטיות לפי קבוצות המחקר ($n=40$)

המדד	תובנה מספרית ($n=20$)		חישוב מסורתי ($n=20$)		($t38$)
	M	SD	M	SD	
פתרון מטלות מתמטיות	92.75	4.58	83.05	4.14	7.03***

$p < .001^{***}$

על פי הממוצעים, הישגי התלמידים בקבוצת התובנה המספרית גבוהים באופן מובהק מהישגי התלמידים בקבוצת החישוב המסורתי. גודל האפקט המחושב הוא בינוני ($d = 2.22$).

הבדלים בפתרון מטלות מתמטיות לפי מגדר ולפי קבוצות מחקר

לא נמצאה אינטראקציה מובהקת בין מגדר וקבוצת המחקר ($F(1,36) = 0.12, p \rightarrow .05, \eta^2 = 0.003$), כלומר ההבדל בין קבוצות המחקר בפתרון מטלות מתמטיות לא השתנה עם תוספת השיוך המגדרי של המשתתפים. נמצאו הבדלים בין ממוצע הבנים והבנות בקבוצה המסורתית לממוצע הבנים והבנות בקבוצת המחקר (תובנה מספרית), אך ההבדלים אינם מובהקים. בטבלה 2 מוצגים ממוצעי המבחנים, סטיות התקן וערכי ניתוח השונות של הציון בפתרון מטלות מתמטיות לפי מגדר וקבוצות מחקר.

טבלה 2. ממוצעים, סטיות תקן, ערכי F וערכי η^2 של הציון בפתרון מטלות מתמטיות לפי מגדר ולפי קבוצות המחקר ($n=40$)

השוואה סטטיסטית						בנות (n=17)				בנים (n=23)				המדד
מגדר x קבוצת מחקר		קבוצת מחקר		מגדר		חישוב מסורתי (n=9)		תובנה מספרית (n=8)		חישוב מסורתי (n=11)		תובנה מספרית (n=12)		
η	F (1, 36)	η	F (1, 36)	η	F (1, 36)	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	
0.026	0.96	0.57	49.33***	0.003	0.12	4.80	82.56	5.08	93.88	3.70	83.45	4.26	92.00	פתרון מטלות מתמטיות

$p < .001$ ***

דיון וסיכום

המחקר שבמרכז מאמר זה בחן את רמת ההצלחה בפתרון מטלות מתמטיות בשתי שיטות פתרון – תובנה מספרית וחישוב מסורתי – בקרב תלמידים עם לקויות למידה בחטיבות ביניים בבתי ספר בחינוך הרגיל.

ממצאי המחקר מצביעים על שיעור הצלחה גבוה יותר אצל תלמידים שהשתמשו בגישת התובנה המספרית (חישובים בעל פה, חיפוש מכנים או נתונים משותפים, השוואה, קשרים, אומדן ויחס) בהשוואה לתלמידים שהשתמשו בגישת החישוב המסורתי (פתרון לפי שלבי השאלה). ממצא זה מעיד כי שיטת התובנה המספרית יעילה יותר מהשיטה המסורתית בפתרון של בעיות מתמטיות. הדבר מעיד גם על הרחבת הפרספקטיבה של התלמידים בדבר נתוני השאלה ומאפשרת גמישות מחשבתית ורעיונית.

הממצאים עולים בקנה אחד עם נתונים המוצגים בספרות, ולפיהם הוראה בגישה התומכת בפיתוח תובנה מספרית עשויה להגביר את תחושת המסוגלות של התלמידים עם לקויות למידה במהלך שיעורי המתמטיקה והפעילויות השונות, לשפר את הישגיהם, לזרז את הבנתם ולתרום לחדוות היצירה בקרב צוות מורי המתמטיקה. גישה זו מאפשרת לתלמידים עם לקויות למידה ללמוד מתמטיקה באמצעות חקר, תוך שילוב המתמטיקה בחיי בית הספר מעבר לשעות ההוראה הרגילות בפעילויות משותפות עם המורים וההורים במהלך השנה כולה (בשארה, 2005; יעקובוביץ-עמית, 2012). הוראת מתמטיקה המבוססת על גישת תובנה מספרית מאפשרת לתלמיד עם לקות למידה להבין באופן כללי ובראייה אינטואיטיבית את המספרים, המבנים המתמטיים והפעולות החשבוניות ומפתחת את יכולתו להתמודד עם בעיות מספריות בצורה יצירתית, גמישה וחוקרת. כך התלמיד לומד לא רק לחשב, אלא גם לחשוב (יעקובוביץ-עמית, 2012; פטקין, 2011; Cheung & Yang, 2018; Yang, 2019). תובנה מספרית מפחיתה את הרתיעה ממקצוע המתמטיקה, ובכך היא שונה מהגישה המסורתית של המקצוע, העושה שימוש בחוקים חד-משמעיים (סיון, 2016).

הוראה על פי גישת החישוב המסורתי מקדמת פחות מיומנויות למידה ואינה מעודדת את התלמידים ללמוד את מקצוע המתמטיקה. היא מתמקדת בהוראת גוף הידע המתמטי תוך שימוש בחישובים ובהליכים שאינם קשורים לחוויית התלמיד. תלמידים שלומדים לפי גישה זו יפתחו תפיסה סיבתית שמוקדה הוא המורה ורק מידה מועטה של תחושת אחריות אישית ולימודית. לכן הם לא ינסו לקדם את עצמם ולשפר את רמת הישגיהם במתמטיקה (בן טוב, 2000; ברג, 2001; גירון, 2009; פטרסון-מילר, 2001).

שאלת המחקר השנייה בדקה אם ההבדל במידת ההצלחה בפתרון מטלות מתמטיות בין שתי השיטות קשור גם למגדר של המשתתפים. במחקר לא נמצאה אינטראקציה מובהקת של קבוצת מחקר ומגדר בהשפעה על רמת ההצלחה, כלומר אין קשר בין מגדר התלמיד ובין יכולת ההתמודדות עם המטלות המתמטיות.

בספרות המקצועית דווח על הבדלים בין בנים ובנות ברמת ההישגים במתמטיקה. כך למשל במחקר שנערך בישראל נמצא כי בבתי ספר דוברי עברית הישגי הבנים במתמטיקה נוטים להיות טובים מהישגי הבנות, ובבתי ספר דוברי ערבית הישגי הבנות טובים יותר מהישגי הבנים (רפ, 2014). על פי הגישה הסביבתית, בנים ובנות נולדים עם פוטנציאל אינטלקטואלי מתמטי זהה, והפערים הם תולדה של השפעות חברתיות-תרבותיות של חינוך, תפיסות, ציפיות ומסרים שונים, המועברים על ידי החברה בכלל ועל ידי הורים, מורים ומחנכים בפרט (מברך וליברמן, 2002; Spelke, 2005; Gibbs, 2003).

הממצאים בספרות המחקר על הבדלי מגדר בקרב תלמידים עם דיסקלקוליה אינם חד-משמעיים (Devine et al., 2013). דבין ואחרים לא מצאו הבדלים מגדריים מובהקים בשכיחות דיסקלקוליה וביצועים המתמטיים. עם זאת, הם ציינו כי הגדרת הדיסקלקוליה משפיעה על ההבדלים הנמצאים – כאשר היא מוגדרת כחומרת הלכות המתמטית (הנמדדת באמצעות שימוש בסף של ציון במבחנים סטנדרטיים), אין הבדלים מגדריים בשכיחות וביצועים; אך אם הקריטריון להגדרתה הוא סף אי-התאמה, המתייחס לביצועים המתמטיים הנמצאים מתחת למצופה במצב של אינטליגנציה כללית, אזי שכיחות הדיסקלקוליה אצל בנות גבוהה מעט יותר וביצועיהן המתמטיים נמוכים יותר. לפיכך, ייתכן שקיומם או אי-קיומם של הבדלים מגדריים תמוך באופן הגדרת הלכות ובחינת השפעתה, כפי שבא לידי ביטוי גם במחקר הנוכחי.

מגבלות המחקר ומחקרי המשך

במחקר נבחנה השפעת גישת ההוראה על מידת ההצלחה של תלמידים, אך אין הדבר מלמד על הגישה שבה הם למדו, אלא על ההנחיות שקיבלו לפני המבחן. במחקרי המשך מוצע לכלול התערבות שיטתית בהוראת מקצוע המתמטיקה במטרה לבחון את השפעותיהן של שתי גישות ההוראה המובחנות, תוך פיתוח תובנה של מיומנויות למידה וחשיבה בהתאם לאפיוניהן הייחודיים שייבחנו במסגרת טיפולים שונים.

יכולת הביצוע של התלמידים מושפעת לא רק משיטת הלימוד הנקטת, אלא גם ממכלול המשתנים הארגוניים (לדוגמה, אקלים כיתתי, גודל כיתה ורמת אלימות בכיתה), ואלו כלל לא הובאו בחשבון במחקר זה. יתרה מכך, בחינת הישגי התלמידים נערכה בנקודת זמן אחת, כלומר לא נערכה בחינה של תהליך למידה, אלא בחינת תוצר בנקודת זמן ספציפית. לפיכך ראוי לבחון את תהליך הלמידה בגישה המספרית לאורך זמן ולבחון את השפעת תהליך הלמידה על ציוני התלמידים במתמטיקה ועל תחושת המסוגלות שלהם במקצוע. כמו כן, גודל המדגם אינו מאפשר להסיק מסקנות חד-משמעיות ועולה הצורך באישוש הממצאים במחקרי המשך עם מדגמים גדולים יותר.

מגבלה נוספת היא שיטת המחקר הכמותית שננקטה. מן הראוי לערב במחקרי המשך גם פן איכותני, המבוסס על ראיונות ותצפיות, אשר יאפשר ראייה מעמיקה ומקיפה לבדיקת הבדלים בפתרון מטלות מתמטיות לפי גישות ההוראה. כן מוצע לערוך במחקרי המשך השוואה בין מגזרים שונים בחברה הישראלית, המייצגים תפיסות עולם סוציו-תרבותיות שונות במהותן, שכן ייתכן שתפיסות אלו משפיעות על התובנה המספרית בפתרון מטלות מתמטיות ועל הישגי התלמידים.

המלצות והשלכות פדגוגיות

ממצאי המחקר מלמדים כי גישת התובנה המספרית תורמת ליכולתם של תלמידים עם לקות למידה לפתור בעיות מתמטיות. לממצאים אלו עשויות להיות השלכות פדגוגיות מעשיות וישירות על הוראת מקצוע המתמטיקה בחטיבות הביניים (בחינוך הרגיל ובחינוך המיוחד), למשל התבססות נרחבת יותר על הגישה המספרית. לכך תהיה השפעה על מגוון תופעות הקשורות לתחום הפדגוגי, כגון צמצום תופעת הנשירה, הגברת השייכות ושיפור היחסים החברתיים. בכך עשוי המחקר לתרום להרחבת נקודות המבט של השיח המדעי והמחקרי בתחום הוראת המתמטיקה.

זאת ועוד, לממצאי המחקר עשויה להיות תרומה מעשית המתבטאת בשימוש בתובנה מספרית בהוראת המתמטיקה. מחקר זה מלמד כי פיתוח תובנה מספרית בתהליך הלמידה מסייע להבנת חומר הלימודים ומשפר את הישגי התלמידים וכן מאפשר הכוונה של מורים לשימוש בתובנה מספרית במסגרת שיעורי המתמטיקה עם תלמידים בעלי לקויות למידה בחטיבות ביניים. יתרה מכך, יישומה והטמעתה של גישת התובנה המספרית עשויים לתרום לצמצום הפערים בהישגים ובלימוד מקצוע המתמטיקה בין תלמידים עם דיסקלקוליה (ולקויות למידה באופן כללי) ובין תלמידים בחינוך הרגיל, ובקרב אלו המשולבים בבתי ספר בחינוך הרגיל במיוחד. שיטה יצירתית יותר להוראת מתמטיקה, כמו בגישת התובנה המספרית, תסייע להם להתגבר על הקשיים הנובעים מלקותם ולפתח אצלם שיטות ואסטרטגיות התמודדות, למידה ופתרון יעילות יותר ואף ברורות יותר עבורם.

מקורות

אבישר, ג' (2004). הערכת צרכים ומדידות הישגים של לומדים עם מוגבלויות בכיתה המשלבת. בתוך ש' רייטר, י' לייזר וג' אבישר (עורכים), **שילובים: לומדים עם מוגבלויות במערכות חינוך** (עמ' 197–223). חיפה: אחוה.

בורשטיין, ד' (2006). **חשבון פשוט באמת**. הוד השרון: חשיב.

בן טוב, ש' (2000). **בדיקת השפעתה של הוראת המתמטיקה בשיטת ההשבחה על יחסים חברתיים, דימוי עצמי ומוטיבציה של תלמידים** (עבודה לשם קבלת תואר מוסמך). אוניברסיטת בר-אילן, רמת גן.

ברג, ד' (2001). להפוך את המתמטיקה למציאותית: גישה רב-חושית המתכללת התפתחות חושית-קוגניטיבית עם הוראת ההליכים (ש' רמון, תרגום). **פרספקטיבה**, 18, 83–85.

בשארה, ס' (2005). **מאפיינים של בית הספר ושיפור בהישגים בתחומי למידה בסיסיים בהבנת הנקרא ובמתמטיקה של תלמידים בחינוך המיוחד במגזר היהודי והערבי** (עבודה לשם קבלת תואר דוקטור לפילוסופיה). אוניברסיטת בר-אילן, רמת גן.

גזית, א' (2001). הוראת מתמטיקה לתלמידים דיסלקטיים – טיפול בליקויי הוראה. **פרספקטיבה**, 18, 44–53.

גזית, א' (2004). הוראת מתמטיקה, עניין ויופי – הילכו יחדיו ואולי לא נועדו? בתוך ש' גורי-רוזנבלט (עורכת), **מורים בעולם של שינוי – מגמות ואתגרים** (עמ' 356–389). רעננה: האוניברסיטה הפתוחה.

גירון, ת' (2009). תרומתן של בעיות בלתי שגרתיות. **מספר חזק**, 2000, 17, 42–48.

וינברגר, י' וזוהר, ע' (2005). **פיתוח החשיבה – אתגר בהכשרת מורים**. תל אביב: מכון מופ"ת.

הניק, א' ורובינשטיין, א' (2008). היבטים נוספים-קוגניטיביים של דיסקלקוליה התפתחותית. **MEDICINE ילדים**, 46–42.

חכים, ג' וגזית, א' (2011). מקומה של יצירתיות בפתרון בעיות לא שגרתיות בסדרות אצל תלמידי ה-T, בהשוואה למורי מתמטיקה בבית הספר היסודי, ולפירחי הוראה בתחומי דעת אחרים. **מספר חזק**, 2000, 20, 40–48.

יעקובוביץ-עמית, א' (2012). **טיפול תובנה מספרית וקידום שטף בעובדות היסוד בכפל ובחילוק בקרב תלמידי כיתות ג' שלהם קשיים בזיכרון העבודה** (עבודה לשם קבלת תואר מוסמך). המכללה האקדמית בית ברל, כפר סבא.

מברך, ד' וליברמן, ג' (2002). **פערים מגדריים במתמטיקה ובמדעים**. ירושלים: משרד החינוך.

מכון חדד (2016). **ערכת אבחון לבוגרים**. רמת גן: אוניברסיטת בר אילן.

מרולדה, מ"ר ודוידסון, פ"ס (2001). פרופילים ללימוד מתמטיקה ואסטרטגיות הוראה שונות (ש' רמון, תרגום). **פרספקטיבה**, 18, 24-35.

מרקוביץ, צ' (2003). **ניתוח אירועים מתמטיים בכיתה**. תל אביב: מכון מופ"ת.

משרד החינוך (2004). **חוזר המנהל הכללי (חוזר מיוחד תשס"ד 4)**. ירושלים: משרד החינוך.

משרד החינוך (2006). **תכנית לימודים במתמטיקה לכיתות א-ו בכל המגזרים**. ירושלים: משרד החינוך.

משרד החינוך (2014). **מסמך התאמת תכנית הלימודים במתמטיקה של בית הספר היסודי לתלמידי החינוך המיוחד**. ירושלים: משרד החינוך.

סיון, ת' (2016). התובנה המתמטית של מורים ופרחי הוראה למתמטיקה בבית הספר היסודי. **החינוך וסביבו**, לח, 233-259.

עטייה, מ' ואופלטקה, י' (2007). ניהול המשמעת בבית-הספר ובכיתה: הבדלים מגדריים בין מנהלים ומנהלות בבתי-ספר יסודיים. **עיונים במינהל ובארגון החינוך**, 29, 7-30.

פטרסון-מילר, ס' (2001). היבטים חינוכיים של לקויות למידה במתמטיקה (ש' רמון, תרגום). **פרספקטיבה**, 18, 6-23.

פטקין, ד' (2011). על תובנה מספרית ו"קסם" ריבוע המספרים. **מספר חזק**, 2000, 19, 37-40.

צמיר, פ' (2000). משתנים אפקטיביים בלמידה: המקרה של חרדת מתמטיקה. בתוך ר' סתוי וד' תירוש (עורכות), **תיאוריה ומעשה בהוראת מתמטיקה, מדע וטכנולוגיה** (עמ' 167-193). תל אביב: רמות.

קלארק, ד"מ וקלארק, ב"א (2003). **עידוד להתמדה בפתרון בעיות במתמטיקה בביה"ס יסודי** (ב' סגליס, תרגום). אתר מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי.

רפ, י' (2014). **פערי הישגים בין בנים לבנות במתמטיקה ובשפה - מה אפשר ללמוד מניתוח פערים אלו בקרב תלמידי ישראל?** רמת גן: הרשות הארצית למידה והערכה בחינוך.

שיף, י', שמעוני, ע' ופורטנוי, ח' (2010). **תלמידים המקבלים התאמות לצורך היבחנות בבחינות הבגרות: מאפיינים והישגים** (סדרת ניירות עבודה מס' 58). ירושלים: הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה.

Agran, M., & Wehmeyer, M. (1999). *Teaching problem solving to students with mental retardation*. Washington, DC: American Association on Mental Retardation.

American Psychiatric Association (2013). *Diagnostic and statistical manual of mental disorder* (5th ed.). Washington, DC: American Psychiatric Association.

Cheung, K. L., & Yang, D. C. (2018). Examining the differences of Hong Kong and Taiwan students' performance on the number sense three-tier test. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(7), 3329-3345.

Cortiella, C., & Horowitz, S. H. (2014). *The state of learning disabilities: Facts, trends and emerging issues*. New York, NY: National Center for Learning Disabilities.

Devine, A., Soltész, F., Nobes, A., Goswami, U., & Szűcs, D. (2013). Gender differences in developmental dyscalculia depend on diagnostic criteria. *Learning and Instruction*, 27, 31–39.

Foong, P. Y. (2005). Developing creativity in the Singapore primary mathematics classes: Factors that support and inhibit. *Thinking Classroom*, 6(4), 14–20.

Geary, D. G. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37(1), 4–15.

Gibbs, C. J. (2003). Explaining effective teaching: Self-efficacy and thought control of Action. *The Journal of Education Enquiry*, 4(2), 1–14.

Hunt, J. H., Valentine, C., Bryant, D. P., Pfannenstiel, K. H., & Bryant, B. R. (2016). Supplemental mathematics intervention: How and why special educators intensify intervention for students with learning disabilities. *Remedial and Special Education*, 37(2), 78–88.

Kramarski, B., & Michalsky, T. (2009). Investigating preservice teachers' professional growth in self-regulated learning environments. *Journal of Educational Psychology*, 101(1), 161–175.

Mohr-Schroeder, M. J., Jackson, C., Cavalcanti, M., Jong, C., Craig Schroeder, D., & Speler, L. G. (2017). Parents' attitudes toward mathematics and the influence on their students' attitudes toward mathematics: A quantitative study. *School Science and Mathematics*, 117(5), 214–222.

Montague, M. (2005). Math problem solving for primary elementary students with disabilities. The access center: *Improving Outcomes for All Students K–8*. <http://165.139.150.129/intervention/Math%20Problem%20Solving%20for%20Primary%20Elementary%20Students%20with%20Disabilities.pdf>

Peixoto, F., Sanches, C., Mata, L., & Monteiro, V. (2017). “How do you feel about math?”: Relationships between competence and value appraisals, achievement emotions and academic achievement. *European Journal of Psychology of Education*, 32(3), 385–405.

Pintrich, P. R., & de Groot, E. V. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology*, 82(1), 33–40.

Reys, E. R., & Yang, D. C. (1998). Relationship between computational performances and number sense among sixth- and eighth-grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(2), 225–237.

Spelke, E. S. (2005). Sex differences in intrinsic aptitude for mathematics and science: A critical review. *American Psychologist*, 60(9), 950–958.

Tzelgov, J., Zohar-Shai, B., Labovich, T., Goldman, R., Ben Simon, A., & Rubinsten, O. (2017). *Young adults with developmental dyscalculia do represent and process number magnitude: Research report* (No. 17-02). Jerusalem: National Institute for Testing and Evaluation.

Volk, M., Cotič, M., Zajc, M., & Starcic, A. I. (2017). Tablet-based cross-curricular maths vs. traditional maths classroom practice for higher-order learning outcomes. *Computers & Education*, 114, 1–23.

Yang, D. C. (2019). Development of a three-tier number sense test for fifth-grade students. *Educational Studies in Mathematics*, 101(3), 405–424.